ABI 2012
Stochastik
Aufgabengruppe I

1)

	M	W	
1,5 oder besser	0,1875	0,6	0,7875
schlechter als 1,5	0,0625	0,15	0,2125
	0,25	0,75	1

$\Rightarrow$ 21,25% aller Bewerber haben eine Durchschnittsnote, die schlechter als 1,5 war, angegeben.

2) a) Der Term berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass 5 der 15 Plätze mit männlichen Bewerbern besetzt wird unter der Voraussetzung, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Mann gleich bleibt. Dies ist aber nicht der Fall, da der „gezogene" Mann nicht ein zweites Mal zur Verfügung steht! (kein Ziehen mit Zurücklegen hier möglich!)

b) $p = \frac{\binom{10}{5}\cdot\binom{20}{10}}{\binom{30}{15}} = \frac{252 \cdot 184\,756}{155\,117\,520} = \frac{46\,558\,512}{155\,117\,520} = \frac{1001}{3335} \approx 30{,}01\%$

3) a) $P(0) = \frac{1}{3}$; $P(1) = \frac{1}{2}$; $P(2) = \frac{1}{6}$

genau 2: 0/2, 1/1, 2/0

$P(\text{genau } 2) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}\cdot 2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{13}{36}$

b) $P(X=3) = 1 - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{13}{36} + \frac{1}{36}\right) = 1 - \frac{30}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$E(X) = 0\cdot\frac{1}{9} + 1\cdot\frac{1}{3} + 2\cdot\frac{13}{36} + 3\cdot\frac{1}{6} + 4\cdot\frac{1}{36}$

$= \frac{12}{36} + \frac{26}{36} + \frac{18}{36} + \frac{4}{36} = \frac{60}{36} = \frac{10}{6} = 1\frac{2}{3}$

c) $P(\text{genau einer}) = \binom{10}{1}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^1\cdot\left(\frac{8}{9}\right)^9 \approx 38{,}49\%$

d) $n = ?$ $\quad P(X=0) = \frac{1}{9}$ (d.h. keine Frage zu Mathe

$P(X \neq 0) = \frac{8}{9}$ (d.h. Fragen zu Mathe)

$P(\text{wenigstens einer, der keine Frage zu M. hat}) > 90\%$

$1 - P(\text{alle haben Fragen zu M.}) > 0{,}9$

$1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n > 0{,}9$

$0{,}1 > \left(\frac{8}{9}\right)^n \quad | \ln$ $\qquad n = \log_{\frac{8}{9}} 0{,}1$

$\ln 0{,}1 > n \cdot \ln\left(\frac{8}{9}\right) \quad | : \underbrace{\ln\left(\frac{8}{9}\right)}_{<0}$

$\frac{\ln 0{,}1}{\ln\left(\frac{8}{9}\right)} < n$ umdrehen!

$\Rightarrow n > 19{,}549\ldots \Rightarrow$ mindesten 20 Kandidaten

e) $P(\text{beide rot}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{20} + \frac{3}{20} = \frac{1}{5} = 20\%$

$\left(= \frac{1}{2} \cdot \frac{\binom{2}{2}\binom{3}{0}}{\binom{5}{2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{2}{0}}{\binom{5}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 1}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 1}{10} = \ldots \right)$

f) $P(\text{beide rot aus Kuvert mit 2 roten}) = \frac{1}{20}$

$P(\text{beide rot aus Kuvert mit 3 roten}) = \frac{3}{20}$

bedingte Wahrscheinlichkeit !!

$P_{\text{beide rot}}(\text{aus Kuvert mit 3 roten}) = \frac{P(\text{beide rot und aus Kuvert mit 3 roten})}{P(\text{beide rot})}$

$= \frac{\frac{3}{20}}{\frac{1}{5}} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{4}{20}} = \frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\%$