

Analysis

1. a) $x_0 = 2$ b) $x_0 = \ln 2$ c) $x_0 = 3$

2. geg.: $f(x) = \ln(5 - x^2)$ ges.: Tangente an G_f im Punkt $P(2|f(2))$

Ansatz: $y = mx + t = f'(2) \cdot x + t$

$$f'(x) = \frac{1}{5-x^2} \cdot (-2x)$$

$$m = f'(2) = \frac{-2 \cdot 2}{5-2^2} = -4$$

$$f(2) = \ln(5 - 4) = \ln 1 = 0$$

Also: $m \cdot 2 + t = 0$

$$\Rightarrow -4 \cdot 2 + t = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 8$$

$$\Rightarrow y = -4x + 8$$

3. a) $a(x) = x^3 + 1$ b) $b(x) = \sin(2x)$ c) $c(x) = e^{-x}$

4.

a) H ist ebenfalls eine Stammfunktion von f , da $H(x) = F(x) + 1$ ist und somit $H'(x) = F'(x) = f(x)$ gilt.

b) Der Wert des gegebenen Integrals stimmt nicht mit dem Flächeninhalt überein, da ein Teil der Fläche oberhalb und ein anderer Teil der Fläche unterhalb der x-Achse liegt. Das Integral gibt hier eine Flächenbilanz an; die Differenz der beiden Teilflächen.

$$c) A_{ges} = \int_1^3 f(x) dx = [F(x)]_1^3 = F(3) - F(1) = 0 - \left(-\frac{1}{6} \cdot \sqrt{4^3}\right) = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

5.

$$a) \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (-6x^2 + 12x + 18) dx = 6 \cdot \int_0^1 (-x^2 + 2x + 3) dx = 6 \cdot \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x\right]_0^1$$

$$= 6 \cdot \left[-\frac{1}{3} + 1 + 3\right] = 6 \cdot 3\frac{2}{3} = 22$$

b) Die Gerade g , die Gerade $x = 1$ und die x-Achse bilden ein Dreieck. Für den Flächeninhalt dieses Dreiecks muss gelten:

$$A_{\Delta} = \frac{54}{2} - \int_0^1 f(x) dx = \frac{54}{2} - 22 = 5$$

Also: $5 = \frac{1}{2} \cdot f(1) \cdot \Delta x$

$$5 = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow x_{ges} = 1 + \frac{5}{12} = \frac{17}{12}$$

Stochastik

1.

a) $C = A \cup B$

$$D = \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

b) Vierfeldertafel

	A	\bar{A}	
B	0,13	0,52	0,65
\bar{B}	0,7	0,28	0,35
	0,2	0,8	1

Reihenfolge: 1; 0,65; 0,52

$$P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{13}{65} = 0,2$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$$

2. $P(b) = p; P(r) = 2p$

a) es muss gelten: $P(b) + P(r) + P(g) = 1$

$$\Rightarrow p + 2p + P(g) = 1$$

$$\Rightarrow P(g) = 1 - 3p$$

Da ein gelber Sektor dabei ist, muss gelten: $0 < P(g) < 1$

$$\Rightarrow 0 < 1 - 3p < 1$$

$$\Rightarrow -1 < -3p < 0$$

$$\Rightarrow 0 < 3p < 1$$

$$\Rightarrow 0 < p < \frac{1}{3}$$

b) zweimal drehen

$$P(\text{mindestens einmal rot}) = 1 - P(\text{keinmal rot}) = 1 - P(\bar{r}) \cdot P(\bar{r}) = 1 - (1 - 2p) \cdot (1 - 2p) \\ = 1 - (1 - 2p)^2 = 1 - (1 - 4p + 4p^2) = 4p - 4p^2$$

Geometrie

1.

$$a) \vec{v} \circ \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{v} \perp \overrightarrow{PQ}$$

$$\vec{v} \circ \overrightarrow{PR} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 2 + 2 - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{v} \perp \overrightarrow{PR}$$

b) \overrightarrow{PS} muss senkrecht zu \overrightarrow{PR} und zu \overrightarrow{PQ} sein.

$$\Rightarrow \overrightarrow{PS} = s \cdot \vec{v}$$

Außerdem muss gelten: $|\overrightarrow{PS}| = 6$

$$\Rightarrow |s \cdot \vec{v}| = 6$$

$$s \cdot \sqrt{1 + 2^2 + 2^2} = \pm 6$$

$$s \cdot 3 = \pm 6$$

$$\Rightarrow s = \pm 2$$

$$\Rightarrow 2 \text{ mögliche Koordinaten für S: } S_1(-2|4|4) \quad S_2(2|-4|-4)$$

2.

$$a) \overrightarrow{AC_t} = \begin{pmatrix} -2 + t + 1 \\ 3 - 1 \\ 5 + t - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t - 1 \\ 2 \\ t + 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC_t} = \begin{pmatrix} -2 + t + 3 \\ 3 - 5 \\ 5 + t - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t + 1 \\ -2 \\ t - 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Es gilt: } |\overrightarrow{AC_t}| = \sqrt{(1-t)^2 + 2^2 + (t+1)^2} = \sqrt{(t+1)^2 + (-2)^2 + (t-1)^2} = |\overrightarrow{BC_t}|$$

\Rightarrow Die Dreiecke ABC_t sind gleichschenkelig.

b) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC_t}|$

$$\left| \begin{pmatrix} -3 + 1 \\ 5 - 1 \\ 6 - 4 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} t - 1 \\ 2 \\ t + 1 \end{pmatrix} \right|$$

$$\sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{(t-1)^2 + 2^2 + (t+1)^2}$$

$$4 + 16 + 4 = t^2 - 2t + 1 + 4 + t^2 + 2t + 1$$

$$24 = 2t^2 + 6$$

$$18 = 2t^2$$

$$t = \pm 3$$