ABI 2014
Stochastik
Aufgabengruppe 2

Prüfungsteil A

1) A: 2 rote, 3 weiße ; B: 3 rote, 2 weiße

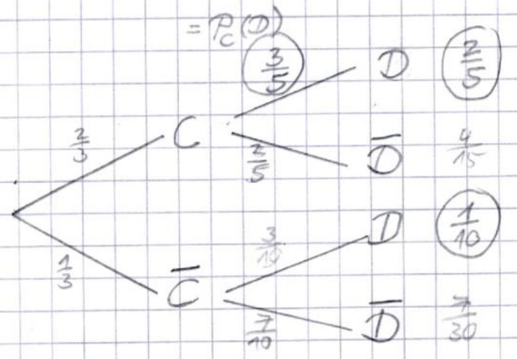
1a) 2 rote, 3 weiße oder 1 rote, 4 weiße oder 3 rote, 2 weiße

1b) $P(E) = \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{6} + \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{6} = \frac{8}{30} + \frac{9}{30} = \frac{17}{30}$

$P(\overline{E}) = 1 - P(E) = \frac{13}{30}$

$\Rightarrow P(E) > P(\overline{E})$

2)



	D	$\overline{D}$	
C	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{2}{3}$
$\overline{C}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

2a) $P(D) = \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, $\Rightarrow P(\overline{D}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

2b) $P(C)\cdot\frac{3}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow P(C) = \frac{2}{3}$

$P(C)\cdot P(D) = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \neq \frac{2}{5} = P(C\cap D)$ qed

2c) $P(\overline{C}) = \frac{1}{3}$; $P(D) = \frac{2}{5} + x$

$P(\overline{C})\cdot P(D) \overset{!}{=} P(\overline{C}\cap D)$

$\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{5} + x\right) = x$

$\frac{2}{15} + \frac{1}{3}x = x \iff \frac{2}{15} = \frac{2}{3}x \Rightarrow x = \frac{1}{5}$

Prüfungsteil B

1a) Jedes Bild ist gleichwahrscheinlich (Laplace-W)

$P = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$

Anzahl der Möglichkeiten für 5 verschiedene Bilder:

$200\cdot 199\cdot 198\cdot 197\cdot 196$

Anzahl der Möglichkeiten für 5 Bilder (auch gleiche)

200^5

$\Rightarrow P(\text{5 verschiedene}) = \frac{200\cdot 198\cdot 197\cdot 196\cdot 195}{200^5}$

1b) X: Anzahl der Bilder, die ⊙ bereits hat; $p = \frac{185}{200}$, $n = 10$

$P(X=10) = \binom{10}{10} \cdot \left(\frac{185}{200}\right)^{10} \cdot \left(\frac{15}{200}\right)^{0} = \left(\frac{185}{200}\right)^{10} \approx 45{,}86\,\%$

1c) X Anzahl der 3D-Bilder; $p = \frac{20}{200} = 0{,}1$;

$P(\text{mind. ein 3D-Bild}) > 0{,}99$

$1 - P(\text{kein 3D-Bild}) > 0{,}99$

$1 - 0{,}9^n > 0{,}99$

$0{,}9^n < 0{,}01 \quad | \ln$

$n \cdot \ln 0{,}9 < \ln 0{,}01 \Rightarrow n > \frac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}9} \approx 43{,}7$

$\Rightarrow$ Es benötigt mindestens 44 Bilder, also 9 Päckchen

2a) $1+2+3+4+5 = 15 \Rightarrow 360° : 15 = 24°$

$P(5) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

2b) X ist die Auszahlung pro Spiel

$E(X) = 1€ \cdot \frac{1}{15} + 2€ \cdot \frac{2}{15} + 3€ \cdot \frac{3}{15} + 4€ \cdot \frac{4}{15} + 15€ \cdot \frac{5}{15} = 7€$

Durchschnittlich werden pro Spiel 7 € ausbezahlt, also kann bei einem Einsatz von 6 € auf lange Sicht mit einem „Gewinn" von 1 € beim Spieler gerechnet werden!

2c) $E_{neu}(X) = 1€ \cdot \frac{1}{15} + 2€ \cdot \frac{2}{15} + 3€ \cdot \frac{3}{15} + 4€ \cdot \frac{4}{15} + 10€ \cdot \frac{5}{15} = 5\frac{1}{3}€$

Durchschnittlicher Überschuss des Supermarkts pro Spiel: $\frac{2}{3}€$

$\Rightarrow$ Überschuss bei 6000 Spielen: $\frac{2}{3}€ \cdot 6000 = 4000€$