ABI 2018
Geometrie 2
A

Aufgabe 1

a) $A(1|1|1)$; $B(0|2|2)$; $C(-1|2|0)$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 0-1 \\ 2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} -1-1 \\ 2-1 \\ 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{n}_E$

$E: \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \left[ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = 0$

$\Longleftrightarrow -2x_1 - 3x_2 + x_3 - (-2-3+1) = 0$

$-2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4 = 0 \quad |\cdot(-1)$

$2x_1 + 3x_2 - x_3 - 4 = 0$

b) $x_2$-Achse: $x_1 = 0; x_3 = 0 \quad 3x_2 - 4 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{3} \quad S(0|\frac{4}{3}|0)$

Aufgabe 2

$A(0|0|0)$; $B(3|-6|6)$; $F(2|-4|4)$; $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

a) $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$; $\quad h: \vec{x} = \mu \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$

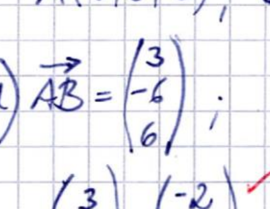
① $\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -6 + 0 + 6 = 0 \Longrightarrow g \perp h$

② F in h: $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} \xRightarrow{I, II, III} \mu = \frac{2}{3} \Rightarrow F \in h$

F in g: $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\left.\begin{matrix} \text{I)} & 2 = \lambda \cdot (-2) \Rightarrow \lambda = -1 \\ \text{in II)} & -4 = -4 \\ \text{in III} & 4 = 5 - 1 = 4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow F \in g$

4 $\xRightarrow{①②}$ g und h schneiden sich in F senkrecht.

b)




$\overline{CF}$ ist die Höhe im $\Delta ABC$

1 bezüglich der Seite [AB]

(F zwischen A und B)

ABI 2018
Geometrie 2
B

a) $\overrightarrow{M_{[AB]}} = \frac{1}{2}\cdot\left(\begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\3\\2\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}3\\3\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\\2\end{pmatrix}$ ✓

$\overrightarrow{M_{[EF]}} = \frac{1}{2}\cdot\left(\begin{pmatrix}6\\0\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\6\\0\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}6\\6\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\3\\0\end{pmatrix}$ ✓

1 $\overrightarrow{M_{[AB]}M_{[EF]}} = \begin{pmatrix}3-1{,}5\\3-1{,}5\\0-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\\-2\end{pmatrix}$ ✓ ; $|\overrightarrow{M_{[AB]}M_{[EF]}}| = \sqrt{2{,}25+2{,}25+4} = \sqrt{8{,}5}$ ✓

2 $l = 1{,}2\cdot\sqrt{8{,}5} \approx 3{,}50\,m$ ✓

3

b) $L: \vec{x} = \vec{A} + \lambda\cdot\overrightarrow{AB} + \mu\cdot\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix}3\\0\\-2\end{pmatrix}$ ✓ ✓

Parameterform nicht zwingend nötig

$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix}-6\\6\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EB} = \begin{pmatrix}-6\\3\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AF} = \begin{pmatrix}-3\\6\\-2\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}3\\0\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-6\\-6\\-9\end{pmatrix} = -3\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n}_L = \begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}$ ✓

$L: \begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix} \circ \left[\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix}\right] = 0$ ✓

$\Leftrightarrow 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - (6+0+6) = 0$

$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 12 = 0$ ✓

4

c) Trapez: $AB \parallel EF$; z.z: $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{EF}$ lin. abhängig ✓

$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix}0-6\\6-0\\0-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-6\\6\\0\end{pmatrix}$ ✓ $= 2\cdot\begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix} = 2\cdot\overrightarrow{AB}$ ✓ qed

2

d) $\vec{n}_E = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$; ✓

$\cos\varphi = \frac{\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\sqrt{4+4+9}\cdot 1}$ ✓ $= \frac{3}{\sqrt{17}}$ ✓ $\Rightarrow \varphi = \arccos\left(\frac{3}{\sqrt{17}}\right) \approx 43{,}3°$ ✓

3

e) $A_{Netz} = A_P = g\cdot h$ ✓


$h = \overline{P_1P_2} = \left|\begin{pmatrix}5-0\\10-0\\0-0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{25+100+0} = \sqrt{125}$ ✓

3 $\Rightarrow A_{Netz} = 1{,}80m\cdot\sqrt{125}\,m \approx 20{,}1\,m^2$ ✓

f) $N_h(5/10/h)$ $h > 3$

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ h-2 \end{pmatrix}$ ; $RT: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ✓

Berührpunkt Netz/Plattform:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ h-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$ ✓

I) $\underset{= 2 \cdot 5\lambda}{5\lambda} = 5 - 3\mu$ $\left(\lambda = 1 - \frac{3}{5}\mu\right)$

II) $10\lambda = 7 + 3\mu$ I in 2: $2(5 - 3\mu) = 7 + 3\mu$

III) $2 + \lambda(h-2) = 3$

$10 - 6\mu = 7 + 3\mu$

$3 = 9\mu$

$\Rightarrow \mu = \frac{1}{3}$ ✓

$\overset{I)}{\Rightarrow}$ $5\lambda = 5 - 1 \Rightarrow \lambda = \frac{4}{5} = 0{,}8$ ✗

$\lambda$ in III) $2 + 0{,}8(h-2) = 3$

$2 + 0{,}8h - 1{,}6 = 3$ $| -1{,}4$

$0{,}8h = 2{,}6$ $| :0{,}8$

$h = 3{,}25$ ✓

$\Rightarrow P(5/10/3{,}25) \Rightarrow$ Abstand zu Plattform 2: $0{,}25m$ ✗ 5