ABI 2018
Stochastik 2

A

	W	$\bar{W}$	
C	100	80	180
$\bar{C}$	200	620	820
	300	700	1000

4

1

	W	$\bar{W}$	
I	0,1	0,08	0,12
$\bar{I}$	0,2	0,62	0,82
	0,3	0,7	1

Aufgabe 1

a) 1000 Befragte, 300 weiblich; 700 männlich

$$\left.\begin{array}{ll} (2) & P(W\cap\bar{C}) = 20\% \mathrel{\hat{=}} 200 \rightarrow B \\ \Rightarrow (1) & |W\cap C| = 100 \rightarrow C \\ (3) & P(M\cap C) = 8\% \mathrel{\hat{=}} 80 \rightarrow D \\ (4) & |M\cap\bar{C}| = 620 \rightarrow A \end{array}\right\}$$

also: A4; B2; C1; D3

b) $P(M\cap C) = 8\%$; $8\% \cdot 360° = 8\cdot 3{,}6° = 28{,}8°$

Aufgabe 2

a) $P(B) = p\cdot 0{,}6 + (1-p)\cdot 0{,}2 \overset{!}{=} 0{,}3$

$0{,}6p + 0{,}2 - 0{,}2p = 0{,}3$

$0{,}4p = 0{,}1 \Rightarrow p = \frac{1}{4} = 0{,}25$

b) $P(B) = p\cdot 0{,}6 + (1-p)\cdot 0{,}2 = 0{,}4p + 0{,}2$

maximal: $p = 1 \Rightarrow P(B) = 0{,}4\cdot 1 + 0{,}2 = 0{,}6$

B

Aufgabe 1

X: Anzahl der fehlerhaften Teile; $p = 4\% = 0{,}04$

a) $n = 50$; X verteilt nach $B(50; 0{,}04)$

1 $P(A) = P_{0,04}^{50}(X=2) \underset{\text{TWS.10}}{=} 0{,}27623 \approx 27{,}6\%$

6% von 50 = 3

$\Rightarrow P(B) = P_{0,04}^{50}(X\geq 3) = 1 - P_{0,04}^{50}(X\leq 2)$

$\underset{\text{TWS.10}}{=} 1 - 0{,}67671 = 0{,}32329 \approx 32{,}3\%$

3 2

b) $H_0: p \geq 0{,}04$ $\qquad H_1: p < 0{,}04$ $\qquad n = 200$

$\bar{K} = \{g+1; \dots; 200\}$ $\qquad K = \{0; 1; \dots g\}$ $\qquad \alpha = 5\%$

$P_{0,04}^{200}(X\leq g) \leq 0{,}05 \underset{\text{TWS.10}}{\Longrightarrow} \sum_{i=0}^{3} B(200; 0{,}04; i) = 0{,}03953 < 0{,}05$

$\Rightarrow g = 3 \Rightarrow K = \{0; 1; 2; 3\}$; $\bar{K} = \{4; 5; \dots 200\}$

d.h. wenn höchstens 3 fehlerhafte unter den 200 sind, wird H_0 abgelehnt.

4

c) Durch die Wahl der Nullhypothese soll das Risiko gering (≤5%) gehalten werden, dass in Wirklichkeit mindestens 4% fehlerhafte Teile produziert werden man aber laut Testergebnis fälschlicherweise davon ausgehen muss, dass durch das neue, teurere Granulat die Fehlerquote gesunken ist. Man will mit dieser Wahl vermeiden, dass man zu Unrecht, ohne dass es für die Fehlerquote positiv ist, das teurere Granulat verwendet. 3

Aufgabe 2

a) $P(b) = \frac{1}{2}$; $P(r) = \frac{1}{3}$; $P(g) = \frac{1}{6}$; $P(3\times \text{gleich}) = \frac{1}{6}$

$P(3\times \text{verschieden}) = 3! \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$ 2

b) X ist der ausgezahlte Betrag; $[P(\text{„andere"}) = 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}]$

nicht zwingend nötig!

$E(X) \overset{!}{=} 5 \iff 10€ \cdot \frac{1}{6} \; [+ 0€ \cdot \frac{2}{3}] + x \cdot \frac{1}{6} = 5€$

$\frac{1}{6}x = 5€ - \frac{10}{6}€ = \frac{20}{6}€ \quad | \cdot 6$

$x = 20€$

⇒ Für 3 verschiedene Farben werden 20€ ausbezahlt 3

oder: X: „Gewinn"

$E(X) \overset{!}{=} 0€$

$5€ \cdot \frac{1}{6} + (-5€ \cdot \frac{2}{3}) + x \cdot \frac{1}{6} = 0€$

$\frac{5}{6}€ - \frac{10}{3}€ + x \cdot \frac{1}{6} = 0€$

$\frac{1}{6}x = \frac{15}{6}€$

$x = 15€$

⇒ ausgezahlter Betrag $15€ + 5€ = 20€$

c) $p = P(\text{grün})$; $P(\text{rot}) = 2 \cdot p$; $P(\text{blau}) = 1 - p - 2p = 1 - 3p$

$P(\text{rot}) \cdot P(\text{blau}) = 2p \cdot (1-3p) \overset{!}{=} 0{,}14$

$2p - 6p^2 = 0{,}14$

$-6p^2 + 2p - 0{,}14 = 0$

$p_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-6) \cdot (-0{,}14)}}{-12} = \frac{-2 \pm \sqrt{0{,}64}}{-12} = \frac{-2 \pm 0{,}8}{-12}$

$\Rightarrow p_1 = \frac{-2{,}8}{-12} = \frac{7}{30}$ ↯ da $> \frac{1}{6}$ (bisherige P(grün))

$p_2 = \frac{-1{,}2}{-12} = \frac{1}{10} \Rightarrow p = 0{,}1$

Mittelpunktswinkel grüner Sektor: $0{,}1 \cdot 360° = 36°$ 5