1. Vervollständigen Sie mit geeigneten Stammfunktionen und deren Funktionswerten. Erinnerung: $F: x \mapsto a \cdot \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ ist eine Stammfunktion von $f: x \mapsto a \cdot x^n$.

	Integral	a	b	F(x)	F(a)	F(b)	F(b) − F(a)
a)	$\int_2^4 12x\,dx$	2	4	$6x^2$			
b)	$\int_{-4}^3 (-4x^3+2)\,dx$						
c)	$\int_{-12}^{-8} \pi\,dx$						
d)	$\int_0^5 \frac{1}{25}x^3\,dx$						

Geben Sie an, wie der Wert der Differenz in der letzten Spalte mit dem Integral zusammenhängt:

2. Vervollständigen Sie die Tabelle.

	f(x)	F(x)	F(a)	F(b)	Berechnung von $\int_a^b f(x)\,dx$
a)	$3x^5$		$\frac{1}{2}$	32	$\int_{-1}^2 3x^5\,dx = [F(x)]_{-1}^2 =$ ___
b)	$-\frac{1}{5}k$				$\int_{24}^{29} \left(-\frac{1}{5}k\right)dx = [F(x)]_{24}^{29} =$ ___
c)	$2x^2-\sqrt{3}$				___ $= [F(x)]_{-1}^0 =$ ___ $=$ ___ $-\sqrt{3}$
d)	ax^4+2x				___ $= [F(x)]_0^5 =$ ___

3. Füllen Sie die Lücken aus und berechnen Sie das Integral.

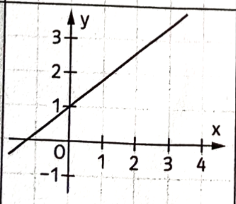
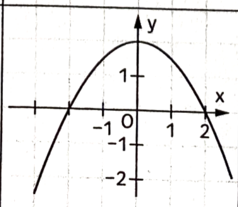
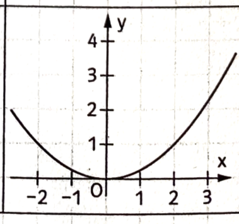
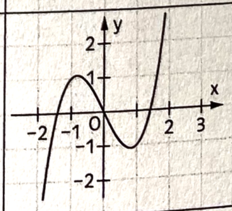
a) $\int_{\_\_\_}^{\_\_\_}$ ___ $dx = [-300x]_{-3}^5 = -300 \cdot 5 -$ ___ $=$ ___ $\cdot (5 -$ ___ $) =$ ___

b) $\int_3^{\_\_\_} x^4\,dx = [$ ___ $]_{\_\_\_}^8 =$

c) $\int_{\_\_\_}^{\_\_\_}$ ___ $u\,du = [$ ___ $^2]_{-6}^{-3} = \frac{1}{3} \cdot (-3)^2 -$

d) $\int_2^6 (-$ ___ $uv^2)$ ___ $= [-uv^3]_{\_\_\_}^{\_\_\_} =$

4. Bestimmen Sie mithilfe des HDI jeweils den Wert des Integrals und deuten Sie das Ergebnis anhand einer Skizze.

Berechnung des Integrals	$I = \int_1^3 (0{,}8x+1)\,dx$ $=$	$I = \int_{-3}^1 (-0{,}5x^2+2)\,dx$ $=$	$I = \int_{-2}^3 \frac{1}{4}x^2\,dx$ $=$	$I = \int_{-1}^1 (x^3-2x)\,dx$ $=$
Deutung anhand einer Skizze				

Seite aus: Lambacher Schweizer Bayern Lösungen und Materialien 12

Integralberechnungen mit dem HDI

1. Vervollständigen Sie mit geeigneten Stammfunktionen und deren Funktionswerten. Erinnerung: $F: x \mapsto a \cdot \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ ist eine Stammfunktion von $f: x \mapsto a \cdot x^n$.

	Integral	a	b	F(x)	F(a)	F(b)	F(b) − F(a)
a)	$\int_2^4 12x\,dx$	2	4	$6x^2$	24	96	$96 - 24 = 72$
b)	$\int_{-4}^{3} (-4x^3+2)\,dx$	−4	3	$-x^4+2x$	$-256+(-8) = -264$	$-81+6 = -75$	$-75-(-264) = 189$
c)	$\int_{-12}^{-8} \pi\,dx$	−12	−8	πx	-12π	-8π	$-8\pi-(-12\pi) = 4\pi$
d)	$\int_0^5 \frac{1}{25}x^3\,dx$	0	5	$\frac{1}{100}x^4$	0	6,25	$6{,}25 - 0 = 6{,}25$

Geben Sie an, wie der Wert der Differenz in der letzten Spalte mit dem Integral zusammenhängt:
Der Wert der Differenz ist der Wert des Integrals.

2. Vervollständigen Sie die Tabelle.

	f(x)	F(x)	F(a)	F(b)	Berechnung von $\int_a^b f(x)\,dx$
a)	$3x^5$	$\frac{1}{2}x^6$	$\frac{1}{2}$	32	$\int_{-1}^{2} 3x^5\,dx = [F(x)]_{-1}^{2} = 32 - \frac{1}{2} = 31\frac{1}{2}$
b)	$-\frac{1}{5}k$	$-\frac{1}{5}kx$	$-4{,}8k$	$-5{,}8k$	$\int_{24}^{29} \left(-\frac{1}{5}k\right)dx = [F(x)]_{24}^{29} = (-5{,}8k)-(-4{,}8k) = -k$
c)	$2x^2-\sqrt{3}$	$\frac{2}{3}x^3-\sqrt{3}x$	$-\frac{2}{3}+\sqrt{3}$	0	$\int_{-1}^{0} (2x^2-\sqrt{3})\,dx = [F(x)]_{-1}^{0} = 0-\left(-\frac{2}{3}+\sqrt{3}\right) = \frac{2}{3} - \sqrt{3}$
d)	ax^4+2x	$\frac{a}{5}x^5+x^2$	0	$625a+25$	$\int_0^5 (ax^4+2x)\,dx = [F(x)]_0^5 = 625a + 25 - 0 = 625a + 25$

3. Füllen Sie die Lücken aus und berechnen Sie das Integral.

a) $\int_{-3}^{5} (-300)\,dx = [-300x]_{-3}^{5} = -300 \cdot 5 - (-300)\cdot(-3) = -300 \cdot (5 - (-3)) = -300 \cdot 8 = -2400$

b) $\int_{3}^{8} x^4\,dx = \left[\frac{1}{5}x^5\right]_3^8 = \frac{1}{5}\cdot 8^5 - \frac{1}{5}\cdot 3^5 = \frac{1}{5}\cdot(32768-243) = \frac{1}{5}\cdot 32525 = 6505$

c) $\int_{-6}^{-3} \frac{2}{3}u\,du = \left[\frac{1}{3}u^2\right]_{-6}^{-3} = \frac{1}{3}\cdot(-3)^2 - \frac{1}{3}\cdot(-6)^2 = \frac{1}{3}\cdot(9-36) = \frac{1}{3}\cdot(-27) = -9$

d) $\int_2^6 (-3uv^2)\,dv = [-uv^3]_2^6 = (-u\cdot 6^3)-(-u\cdot 2^3) = -u\cdot(216-8) = -u\cdot 208 = -208u$

4. Bestimmen Sie mithilfe des HDI jeweils den Wert des Integrals und deuten Sie das Ergebnis anhand einer Skizze.

Berechnung des Integrals	$I = \int_1^3 (0{,}8x+1)\,dx$ $= [0{,}4x^2+x]_1^3$ $= (3{,}6+3)-(0{,}4+1)$ $= 5{,}2$	$I = \int_{-3}^{1} (-0{,}5x^2+2)\,dx$ $= \left[-\frac{1}{6}x^3+2x\right]_{-3}^{1}$ $= \left(-\frac{1}{6}+2\right)-\left(-\left(-\frac{27}{6}\right)-6\right)$ $= 1\frac{5}{6}-\left(-1\frac{3}{6}\right) = 3\frac{1}{3}$	$I = \int_{-2}^{3} \frac{1}{4}x^2\,dx$ $= \left[\frac{1}{12}x^3\right]_{-2}^{3}$ $= \frac{27}{12}-\left(-\frac{8}{12}\right)$ $= \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$	$I = \int_{-1}^{1} (x^3-2x)\,dx$ $= \left[\frac{1}{4}x^4 - x^2\right]_{-1}^{1}$ $= \left(\frac{1}{4}-1\right)-\left(\frac{1}{4}-1\right)$ $= 0$
Deutung anhand einer Skizze