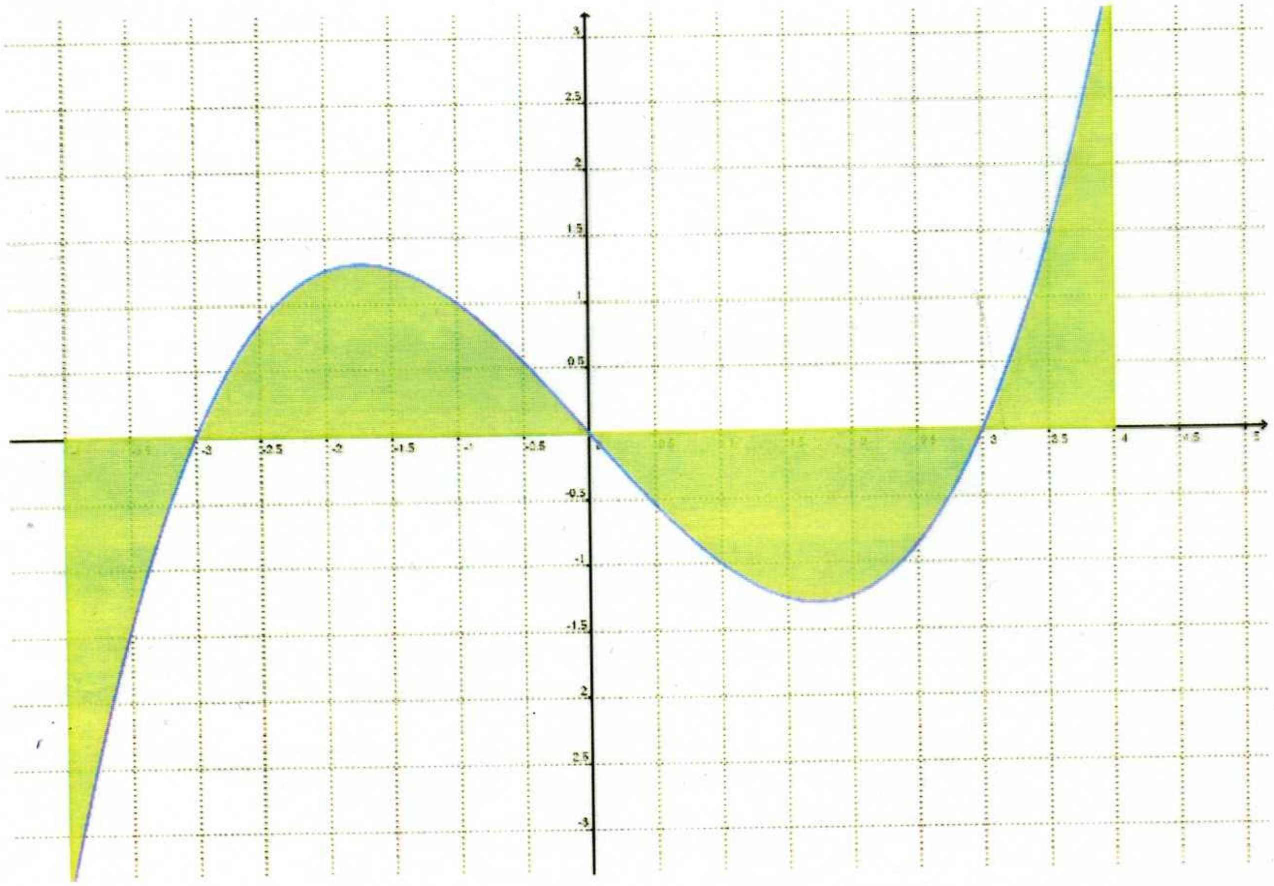
LS 12 S.32/8



a) Durch die drei Nullstellen, die wir in Linearfaktoren „übersetzen" haben wir den optimalen Ansatz, der durch den Streckungsfaktor a als multiplikativer Faktor ergänzt wird:

$f(x) = a \cdot x \cdot (x+3) \cdot (x-3) = ax \cdot (x^2 - 9) = ax^3 - 9ax$

Wegen $f(1) = -1 \Rightarrow f(x) = ax^3 - 9ax \Rightarrow a - 9a = -1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$

Damit ergibt sich für den Funktionsterm von f: $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{9}{8}x$

b) Überprüfe: $f(-x) = -f(x)$

$f(-x) = -\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{8}x$ $\qquad -f(x) = -\left(\frac{1}{8}x^3 - \frac{9}{8}x\right) = -\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{8}x,$

d.h. $f(-x) = -f(x)$

c) $\int_{-4}^{4} f(x)dx = 0$ muss gelten, weil durch die Punktsymmetrie des Graphen von f die Flächenbilanz im Intervall $[-4;4]$ „ausgeglichen" sein muss, also die Flächen oberhalb der x-Achse sind genauso groß wie die unterhalb der x-Achse.

d) $\int_{-1}^{2} f(x)dx = \int_{1}^{2} f(x)dx$ gilt, weil

$$\int_{-1}^{2} f(x)dx = \underbrace{\int_{-1}^{1} f(x)dx}_{} + \int_{1}^{2} f(x)dx = \underbrace{0}_{\text{wegen Punktsymmetrie zum Ursprung}} + \int_{1}^{2} f(x)dx \Rightarrow \int_{-1}^{2} f(x)dx = \int_{1}^{2} f(x)dx$$