S. 32/9

a)

$$I(x)=\int_2^x\left(-\frac{6}{t^2}+3\left(t^2+1\right)\right)dt=\int_2^x\left(-6t^{-2}+3t^2+3\right)dt$$

$$=\left[6t^{-1}+t^3+3t\right]_2^x=\frac{6}{x}+x^3+3x-\left(\frac{6}{2}+2^3+3\cdot 2\right)=\frac{6}{x}+x^3+3x-17$$

$$\Rightarrow I(x)=\frac{6}{x}+x^3+3x-17$$

b) Stammfunktion von f mit $F(2)=17$:

$$F_c(x)=\frac{6}{x}+x^3+3x+c$$

$$\Rightarrow F_c(2)=\frac{6}{2}+2^3+3\cdot 2+c=17\Rightarrow 17+c=17\Leftrightarrow c=0$$

$$\Rightarrow F_0(x)=\frac{6}{x}+x^3+3x \textit{ ist die gesuchte Stammfunktion}$$

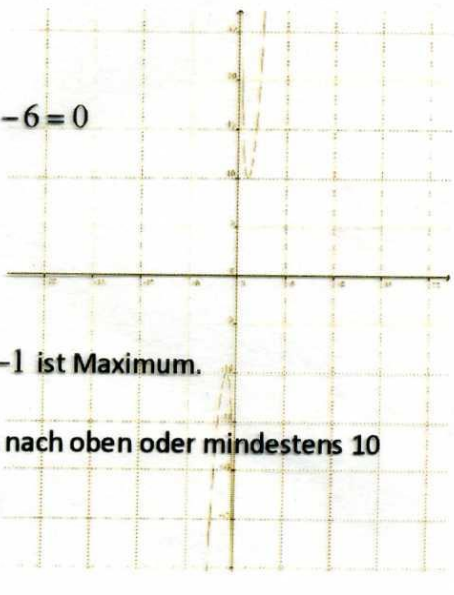
c) Untersuche:

$$F_0(x)=\frac{6}{x}+x^3+3x\overset{!}{=}0\Rightarrow\frac{6}{x}+x^3+3x=0\underset{\cdot x,\,x\neq 0}{\Rightarrow}6+x^4+3x^2=0\Leftrightarrow\underbrace{x^4}_{\geq 0}+\underbrace{3x^2}_{\geq 0}=-6\Rightarrow \textit{Widerspruch}!!$$

$$F_a(x)=\int_a^x-\frac{6}{t^2}+3\left(t^2+1\right)dt=\left[6t^{-1}+t^3+3t\right]_a^x=\frac{6}{x}+x^3+3x-\underbrace{\left(\frac{6}{a}+a^3+3\cdot a\right)}_{\neq 0,\ s.o.}$$

bzw. eine Integralfunktion **<u>muss immer eine Nullstelle haben</u>** (Untergrenze = Obergrenze), was hier nicht der Fall wäre, d.h. $F_0(x)=\frac{6}{x}+x^3+3x$ kann nicht als Integralfunktion von f dargestellt werden.

d)



$$F(x)=F_0(x)=\frac{6}{x}+x^3+3x\Rightarrow F'(x)=-\frac{6}{x^2}+3x^2+3=0\Leftrightarrow 3x^4+3x^2-6=0$$

$$\Rightarrow 3z^2+3z-6=0\Rightarrow z_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+72}}{6}=\frac{-3\pm 9}{6}\Rightarrow z_1=1;\ z_2=-2$$

$$\Rightarrow x_1=-1;\ x_2=1 \textit{ als mögliche Extremstellen}$$

Wegen $F'(0,5)<0 \textit{ und } F'(2)>0$ gilt: $x_2=1$ ist Minimum, analog $x_1=-1$ ist Maximum.

Da $F(1)=10 \textit{ und } F(-1)=-10$ muss der Graph von F um mindestens 10 nach oben oder mindestens 10 nach unten verschoben werden, damit er (wenigstens) eine Nullstelle hat.

$$\Rightarrow c\geq 10 \textit{ oder } c\leq -10$$