Übungsblatt zum Themenbereich: Flächen zwischen zwei Graphen

Aufgabe 1:

Skizzieren Sie den Graphen G_f der durch ihren Funktionsterm gegebenen Funktion f.

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von G_f und der x-Achse in dem angegebenen Intervall eingeschlossen wird:

a) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x;\ x \in [-1,3]$ Lsg: 11,83 FE

b) $h(x) = e^x - 3;\ x \in [-1;2]$ Lsg: 5,34 FE

Aufgabe 2:

Zeichnen Sie den Graphen G_f und G_g von f bzw. g und berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von G_f und G_g eingeschlossen wird:

a) $f: x \mapsto x^3 - x^2 - 2$ $g: x \mapsto x^3 - 2x^2 + x$ [Lösung: Schnittp.:-1, 2; A = 4,5 FE]

b) $f: x \mapsto (x^2 - 2)^2$ $g: x \mapsto x^2$ [Lösung: Schn. -2,-1,1,2; A = 8 FE]

Aufgabe 3: (schwieriger **)

Bestimmen Sie k > 0 so, dass die Maßzahl des Inhalts des Flächenstücks, das von den Parabeln mit den Gleichungen $y = x^2 - k^2$ und $y = -\frac{1}{k}x^2 + k$ begrenzt wird, gleich 16 ist. [Lösung: k=2]

Aufgabe 4: (schwieriger *)

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{4}x - \frac{2}{x^2}$.

a) Skizzieren Sie den Graphen G_f der Funktion f und die Asymptote zu G_f für $x \to \pm\infty$.

b) Berechnen Sie dann den Flächeninhalt A(k) zwischen G_f und der Asymptote im Intervall $[1;k],\ k \in]1;+\infty[$. [Lösung: $A(k) = 2 - \frac{2}{k}$]

c) Bestimmen Sie den Grenzwert von A(k) für $k \to +\infty$ und interpretieren Sie diesen geometrisch.

[Lösung: $\lim\limits_{k \to +\infty} A(k) = 2$]