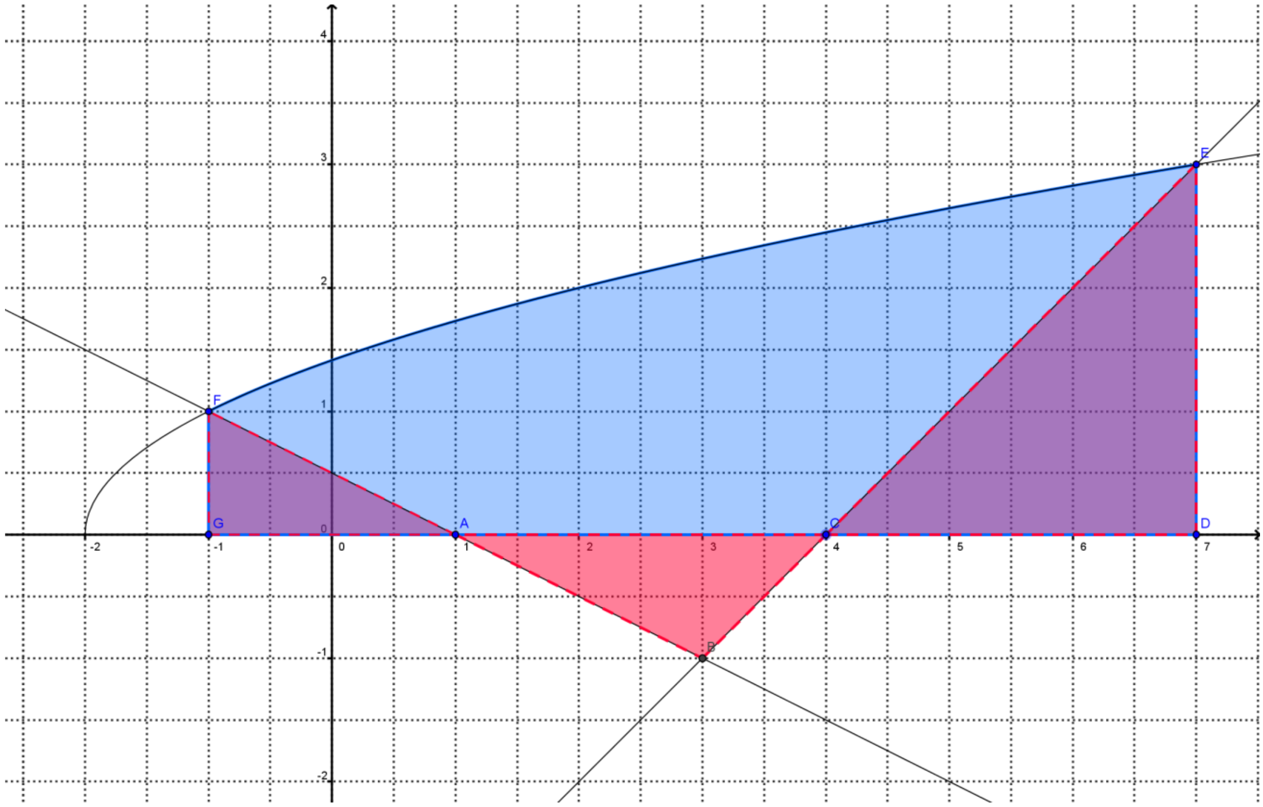
S. 36/9 a)



Zunächst berechnen wir das Integral über die Wurzelfunktion im Intervall $\left[-1,7\right]$

$$\int_{-1}^{7}\sqrt{x+2}\;dx=\left[\frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}\right]_{-1}^{7}=\frac{2}{3}\cdot 9^{\frac{3}{2}}-\frac{2}{3}\cdot 1^{\frac{3}{2}}=18-\frac{2}{3}=17\frac{1}{3}$$

Nun berechnen wir die Flächen der beiden violetten Dreiecke AFG und CDE, die dann von der Fläche unter der Wurzelfunktion abgezogen werden: $A_{AFG}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1=1FE$ und $A_{CDE}=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3=4,5FE$

Die Fläche des roten Dreiecks ABC wird schließlich berechnet und dann addiert: $A_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1=1,5FE$

Damit ergibt sich: $17\frac{1}{3}-(1+4,5)+1,5=13\frac{1}{3}FE$.

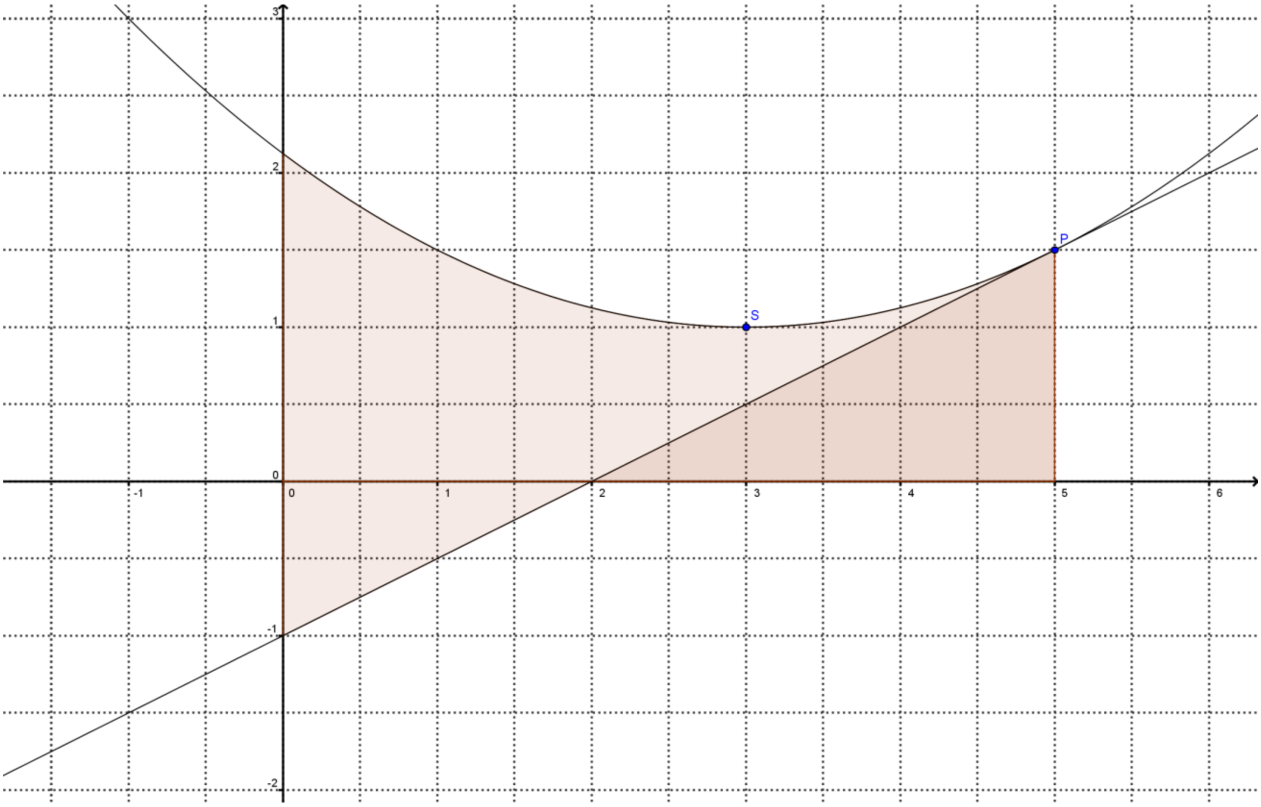
Eine andere Möglichkeit ergibt sich über die Differenzfunktionen zwischen der Wurzelfunktion und jeweils einer der beiden gegebenen Geraden in den Intervallen $\left[-1,3\right]$ bzw. $\left[3,7\right]$:

$$\int_{-1}^{3}\left(\sqrt{x+2}-\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)\right)dx+\int_{3}^{7}\left(\sqrt{x+2}-(x-4)\right)dx$$

$$=\left[\frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}-\left(-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x\right)\right]_{-1}^{3}+\left[\frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}-\left(\frac{1}{2}x^2-4x\right)\right]_{3}^{7}$$

$$=\frac{2}{3}\cdot 5^{\frac{3}{2}}+\frac{9}{4}-\frac{3}{2}-\left(\frac{2}{3}\cdot 1^{\frac{3}{2}}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{3}\cdot 9^{\frac{3}{2}}-\frac{49}{2}+28-\left(\frac{2}{3}\cdot 5^{\frac{3}{2}}-\frac{9}{2}+12\right)=13\frac{1}{3}$$

b)



Ermitteln der Funktionsgleichung der Parabel G_f :

$$f(x) = a \cdot (x-3)^2 + 1 \qquad (Scheitelpunktsform)$$

$$f(5) = 1{,}5 \Rightarrow a \cdot (5-3)^2 + 1 = 1{,}5 \Leftrightarrow 4a = 0{,}5 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{8} \cdot (x-3)^2 + 1 = \frac{1}{8} \cdot (x^2 - 6x + 9) + 1 = \frac{1}{8} \cdot x^2 - \frac{3}{4} x + \frac{17}{8}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{4} \cdot x - \frac{3}{4}, d.h.\ f'(5) = 0{,}5\ stimmt!$$

Erstellen der Tangentengleichung:

$$y = f'(5) \cdot (x-5) + f(5) = 0{,}5 \cdot (x-5) + 1{,}5$$

$$\Rightarrow y_t = 0{,}5 \cdot x - 1$$

Bestimmen der Fläche zwischen den beiden Graphen über die Differenzfunktion:

$$\int_0^5 \left(\frac{1}{8} \cdot x^2 - \frac{3}{4} x + \frac{17}{8} \right) - (0{,}5x - 1)\, dx = \int_0^5 \left(\frac{1}{8} \cdot x^2 - \frac{5}{4} x + \frac{25}{8} \right) dx$$

$$= \left[\frac{1}{24} x^3 - \frac{5}{8} x^2 + \frac{25}{8} x \right]_0^5 = \frac{125}{24} - \frac{125}{8} + \frac{125}{8} = \frac{125}{24} = 5\frac{5}{24} = 5{,}208\overline{3}$$