Übungsaufgaben zur Binomialverteilung:

<u>S.86/10:</u> Für eine Sorte von Blumenzwiebeln gibt es eine Keimgarantie von 90%.

(a) In einer Packung sind 20 Zwiebeln. Mit welcher Wahrscheinlichkeit keimen mindestens 16 Zwiebeln (höchstens 14 Zwiebeln, alle 20 Zwiebeln)?

$$P(X \geq 16) = \binom{20}{16} \cdot 0{,}9^{16} \cdot 0{,}1^{4} + \binom{20}{17} \cdot 0{,}9^{17} \cdot 0{,}1^{3} + \binom{20}{18} \cdot 0{,}9^{18} \cdot 0{,}1^{2} + \binom{20}{19} \cdot 0{,}9^{19} \cdot 0{,}1^{1} + \binom{20}{20} \cdot 0{,}9^{20} \cdot 0{,}1^{0}$$

$$= 95{,}68\%$$

(b) Ein Hausbesitzer möchte, dass mit mindestens 95% Wahrscheinlichkeit wenigstens 12 Blumen in seiner Rabatte blühen. Begründen Sie, dass er mindestens 16 Blumenzwiebeln pflanzen muss.

$$P(X \geq 12) = \binom{16}{12} \cdot 0{,}9^{12} \cdot 0{,}1^{4} + \binom{16}{13} \cdot 0{,}9^{13} \cdot 0{,}1^{3} + \binom{16}{14} \cdot 0{,}9^{14} \cdot 0{,}1^{2} + \binom{16}{15} \cdot 0{,}9^{15} \cdot 0{,}1^{1} + \binom{16}{16} \cdot 0{,}9^{16} \cdot 0{,}1^{0} = 98{,}30\%$$

aber:

$$P(X \geq 12) = \binom{15}{12} \cdot 0{,}9^{12} \cdot 0{,}1^{3} + \binom{15}{13} \cdot 0{,}9^{13} \cdot 0{,}1^{2} + \binom{15}{14} \cdot 0{,}9^{14} \cdot 0{,}1^{1} + \binom{15}{15} \cdot 0{,}9^{15} \cdot 0{,}1^{0} = 94{,}44\%$$

<u>S.86/14:</u> Beim Biathlon wird auf 5 nebeneinander liegende Scheiben geschossen. Ein Teilnehmer hat eine Trefferquote von 90%. Mit welcher Wahrscheinlichkeit

(a) trifft er alle 5 Scheiben

Die Zufallsvariable X zählt hier die Anzahl der Treffer pro Schussserie (5 Schuss). Die Trefferwahrscheinlichkeit ist 0,9 = 90%. Jede Schussserie ist eine Bernoulli-Kette der Länge 5, da im Idealfall die fünf Schüsse unabhängig voneinander sind.

$$P(X = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0{,}9^{5} \cdot 0{,}1^{0} = 59{,}05\%$$

(b) trifft er mindestens 3 Scheiben

$$P(X \geq 3) = \binom{5}{3} \cdot 0{,}9^{3} \cdot 0{,}1^{2} + \binom{5}{4} \cdot 0{,}9^{4} \cdot 0{,}1^{1} + \binom{5}{5} \cdot 0{,}9^{5} \cdot 0{,}1^{0} = 99{,}14\%$$

(c) trifft er nur die beiden letzten Scheiben: $P(\overline{T}\,\overline{T}\,\overline{T}TT) = 0{,}1^{3} \cdot 0{,}9^{2} = 0{,}081\%$

(d) trifft er zum ersten Mal beim 3. Schuss: $P(\overline{T}\,\overline{T}TXX) = 0{,}1^{2} \cdot 0{,}9 = 0{,}9\%$

(e) braucht er weniger als 3 Schüsse bis zum ersten Treffer:

$$P(TXXXX) + P(\overline{T}TXXX) = 0{,}9 + 0{,}1 \cdot 0{,}9 = 99\%$$

(f) wechseln Treffer und Fehlschuss ab?

$$P(T\overline{T}T\overline{T}T) + P(\overline{T}T\overline{T}T\overline{T}) = 0{,}9^{3} \cdot 0{,}1^{2} + 0{,}9^{2} \cdot 0{,}1^{3} = 0{,}729\% + 0{,}081\% = 0{,}81\%$$