S.87/15: In einer Klinik werden pro Jahr 100 Patienten mit einem bestimmten Medikament behandelt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient auf dieses Medikament unerwünschte Nebenwirkungen zeigt, ist 0,02. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Laufe eines Jahres bei

(a) höchstens einem
(b) mehr als drei
(c) mehr als sechs

so behandelten Patienten unerwünschte Nebenwirkungen auftreten?

Wiederum definiert man eine Zufallsvariable X, die B(100; 0,02)-verteilt ist und die Anzahl der Patienten angibt, bei denen Nebenwirkungen auftreten.

$$P(X \le 1) = \binom{100}{0} \cdot 0{,}02^0 \cdot 0{,}98^{100} + \binom{100}{1} \cdot 0{,}02^1 \cdot 0{,}98^{99} = 13{,}26\% + 27{,}07\% = 40{,}33\%$$

$$P(X > 3) = 1 - P(X \le 3) = 1 - \left[\binom{100}{0} \cdot 0{,}02^0 \cdot 0{,}98^{100} + \ldots + \binom{100}{3} \cdot 0{,}02^3 \cdot 0{,}98^{97}\right] = 1 - 85{,}8962\% = 14{,}1038\%$$

$$P(X > 6) = 1 - P(X \le 6) = 1 - \left[\binom{100}{0} \cdot 0{,}02^0 \cdot 0{,}98^{100} + \ldots + \binom{100}{6} \cdot 0{,}02^6 \cdot 0{,}98^{94}\right] = 1 - 99{,}5938\% = 0{,}4062\%$$

S.87/16

(a) Wie viele Wahlberechtigte muss man mindestens auswählen, damit mit mindestens 99% Wahrscheinlichkeit mindestens ein Nichtwähler (Zweitstimmenanteil von 29,2% bei der Bundestagswahl 2009) unter ihnen ist?

$$P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{n}{0} \cdot 0{,}292^0 \cdot 0{,}708^n = 1 - 0{,}708^n \ge 0{,}99$$

$$\Leftrightarrow 0{,}01 \ge 0{,}708^n \Rightarrow \ln 0{,}01 \ge n \cdot \ln 0{,}708 \Leftrightarrow n \ge \frac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}708} \approx 13{,}34 \Rightarrow n \ge 14$$

S.87/18

In den Hauptreisezeiten werden angebotene Reisen vom Veranstalter häufig überbucht, d.h., es werden mehr Plätze verkauft, als tatsächlich vorhanden sind. Ein Veranstalter weiß aus Erfahrung, dass 10% der angemeldeten Personen eine Reise nicht antreten. Er bucht deshalb bei einer Fluggesellschaft 46 Plätze und verkauft an seine Kunden 50 Plätze. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gibt es bei Reisebeginn keinen Ärger?

Wenn die Zufallsvariable X die Kunden zählt, die die Reise nicht antreten, dann ist X B(50, 0,1)-verteilt. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist $P(X \ge 4) = 1 - P(X \le 3) = 1 - 25{,}029\% = 74{,}971\%$