

S. 120/2

$$a) \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \text{I) } 2 = r \cdot 1 \Rightarrow r = 2 \\ \text{II) } -3 = r \cdot 2 \Rightarrow r = -\frac{3}{2} \end{array} \right\} \neq$$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ sind linear unabhängig

$$b) \begin{pmatrix} 0,4 \\ 1 \\ 1,6 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,75 \\ 1,2 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \text{I) } 0,4 = r \cdot 0,3 \Rightarrow r = \frac{0,4}{0,3} = \frac{4}{3} \\ \text{II) } 1 = r \cdot 0,75 \Rightarrow r = \frac{1}{0,75} = \frac{4}{3} \\ \text{III) } 1,6 = r \cdot 1,2 \Rightarrow r = \frac{1,6}{1,2} = \frac{4}{3} \end{array} \right\} =$$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0,4 \\ 1 \\ 1,6 \end{pmatrix} = \frac{4}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,75 \\ 1,2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0,4 \\ 1 \\ 1,6 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,75 \\ 1,2 \end{pmatrix}$ sind linear abhängig

$$d) \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -8 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \text{je zwei der Vektoren sind linear unabhängig}$$

$$\text{I) } 3 = 9s \Rightarrow s = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{II) } -2 = r - 8s$$

$$\text{III) } 5 = 3r + 9s \quad \text{I in III: } 5 = 3r + 3 \quad | -3$$

$$2 = 3r$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

$$r, s \text{ in II): } \frac{2}{3} - 8 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{8}{3} = -\frac{6}{3} = -2 \quad \checkmark$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -8 \\ 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 9 \\ -8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

sind linear abhängig

S. 120/4

$$a) \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} a \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{II) } 2 = r \cdot 3 \Rightarrow r = \frac{2}{3} \Rightarrow 5 = \frac{2}{3} \cdot a \Rightarrow a = \frac{15}{2} = 7,5$$

$$d) r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ -6 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \text{I) } 3r + s = a \\ \text{II) } 2r - s = a \\ \text{III) } -r + 4s = -6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3r + s = 2r - s \\ 2s = -r \quad (*) \\ \text{in III) } 2s + 4s = -6 \\ 6s = -6 \Rightarrow s = -1 \end{array}$$

$$\text{I) } 3 \cdot 2 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$\text{II) } 3 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$\text{III) } -2 - 4 = -6 \quad \checkmark$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I) } 3 \cdot 2 - 1 = 6 - 1 = 5 \\ \text{II) } 3 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5 \\ \text{III) } -2 - 4 = -6 \quad \checkmark \end{array} \right\} \Rightarrow a = 5$$

$$(*) \Rightarrow 2 \cdot (-1) = -r \Rightarrow r = 2$$