S.124/13

a) $\vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix}$ $\left\{ \begin{array}{l} x_1 = t \cdot 60 \\ x_2 = t \cdot 30 \\ x_3 = t \cdot 20 \end{array} \right.$

Höhe des Flugzeugs $\hat{=}$ x_3-Koordinate

$500 \overset{!}{=} t \cdot 20 \Rightarrow t = 25$ Das Flugzeug erreicht nach 25s eine Höhe von 500m.

b) Setze $t = 25$:

$\vec{P} = 25 \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1500 \\ 750 \\ 500 \end{pmatrix}$

Abstand vom Punkt des Abhebens $\hat{=}$ Länge des Vektors $\overrightarrow{OP}$
(also vom Ursprung)

$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{1500^2 + 750^2 + 500^2} = \sqrt{2250000 + 562500 + 250000} = 1750\,(m)$

Das Flugzeug ist nach 25 Sekunden 1,75 km vom Punkt des Abhebens entfernt.

S.127/6

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \neq k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ Richtungsvektoren lin. unabhängig $\Rightarrow g \nparallel h$

Gleichsetzen von g und h:

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{lll} \text{I)} & 1 + 2\lambda = 2 & \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \\ \text{II)} & 2 = 3 + \mu & \Rightarrow \mu = -1 \\ \text{III)} & 1 + \lambda = 4 - \mu & \end{array} \right.$

λ, μ in III) $1 + \frac{1}{2} = 4 - (-1)$
$1{,}5 = 5$

$\Rightarrow$ keine Lösung möglich $\Rightarrow$ g und h sind windschief

c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$; $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \Rightarrow$ Richtungsvektoren sind linear abhängig
$\Rightarrow$ g und h sind echt parallel oder identisch

Punktprobe: Aufpunkt von g in h

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \text{I)} & -1 = 8 + 3\mu \\ \text{II)} & 0 = 6 + 2\mu \\ \text{III)} & 0{,}5 = 2 + 0{,}5\mu \end{array} \right. \Rightarrow \mu = -3$

in I) $-1 = 8 + 3 \cdot (-3) = 8 - 9$ ✓

in III) $0{,}5 = 2 + 0{,}5 \cdot (-3) = 2 - 1{,}5$ ✓

$\Rightarrow g = h$