

4. Beurteilende Statistik

4.1. Testen von Hypothesen

Testen von Hypothesen:

Zu einem Sachverhalt (z.B. den Anteil schwarzer Kugeln in einer Urne) werden zwei sich ausschließende Hypothesen betrachtet:

- Die Nullhypothese H_0 und die Gegenhypothese H_1 .
- Getestet wird, ob aufgrund des Stichprobenergebnisses H_0 verworfen werden kann oder nicht.
- Dazu wird der Wertebereich der Testgröße in den Ablehnungsbereich (kritischer Bereich) K und den Annahmehereich \bar{K} zerlegt.

Entscheidungsregel:

Liegt der durch die Stichprobe gewonnene Wert der Testgröße in K , dann wird H_0 verworfen, ansonsten wird H_0 nicht verworfen.

4.2. Fehler 1. Art und 2. Art

Fehler beim Testen von Hypothesen:

		Zustand der Wirklichkeit	
		H_0 ist wahr	H_0 ist falsch
Nullhypothese H_0 wird	abgelehnt	Fehler 1. Art	Richtige Entscheidung
	nicht abgelehnt	Richtige Entscheidung	Fehler 2. Art

Die Wahrscheinlichkeit α' für den Fehler 1. Art nennt man auch das Risiko 1. Art, die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art bezeichnet man gewöhnlich mit β' .

Bei festem Stichprobenumfang n bewirkt eine Verkleinerung von β' durch Vergrößerung des kritischen Bereichs K zwangsläufig eine Vergrößerung von α' und umgekehrt.

Eine Verringerung beider Fehler ist nur möglich durch Erhöhung des Stichprobenumfangs.

4.3. Einseitiger Signifikanztest

Definition:

Eine vorgegebene Obergrenze für den Fehler 1. Art nennt man Signifikanzniveau α . Daraus ergibt sich der kritische Bereich und somit die Entscheidungsregel des Tests. Ein so konstruierter Test wird auch als Signifikanztest bezeichnet.

Vorgehen beim einseitigen Signifikanztest:

1. Festlegen der Testgröße Z und des Stichprobenumfangs n .
2. Mathematische Formulierung der Nullhypothese H_0 und der Gegenhypothese H_1 .
3. Festlegen des Signifikanzniveaus α gemäß dem in der Sachsituation maximal tolerierten Fehler 1. Art.
4. Bestimmen der Entscheidungsregel, d.h. Konstruktion des kritischen Bereichs K .

Linksseitiger Test:

$$H_0 : p = p_0 \text{ oder } H_0 : p \geq p_0$$

$$H_1 : p < p_0$$

$$\text{Kritischer Bereich } K = \{0; 1; \dots; g\},$$

wobei g die größte ganze Zahl ist mit

$$\alpha' = P_{p_0}^n (Z \leq g) \leq \alpha.$$

Rechtsseitiger Test:

$$H_0 : p = p_0 \text{ oder } H_0 : p \leq p_0$$

$$H_1 : p > p_0$$

$$\text{Kritischer Bereich } K = \{g; g + 1; \dots; n\},$$

wobei g die kleinste ganze Zahl ist mit

$$\alpha' = P_{p_0}^n (Z \geq g) \leq \alpha.$$